《应用随机过程：模型和方法》勘误表

葛 颢

第一章

1. P1, $C_n^{\frac{n+j-i}{2}} p^{\frac{n+j-i}{2}}(1-p)^{\frac{n-j+i}{2}}$;
2. P2, $EX_n = x + nEY_1 = x + n(p-q)$;
3. P4, 赌博规则对甲有利是$p > q$的情况，此时$\lim_{b\to\infty} p_a = \left(\frac{q}{p}\right)^a$;
4. P4, 定义1.4不准确，可以改为$\{Y_n : n \geq 1\}$是取值-1和1的伯努利序列，

$$X_{n+1}^{(s)} = \begin{cases} a & X_n^{(s)} = a \\ X_n^{(s)} + Y_n & a < X_n^{(s)} < b \\ b & X_n^{(s)} = b \end{cases}$$

5. P5, 定义1.5不准确，可以改为$\{Y_n : n \geq 1\}$是取值-1和1的伯努利序列，

$$X_{n+1}^{(s)} = \begin{cases} a+1 & X_n^{(s)} = a \\ X_n^{(s)} + Y_n & a < X_n^{(s)} < b \\ b-1 & X_n^{(s)} = b \end{cases}$$

5. P5, 习题2(2)，第3年末的红利额分布；

第二章

1. P8, 中间$M(t,z)$的表达式右边k要从0算起；
2. P10, (2.1)往下数两行$e^{-\lambda s_{m+k}}$；
3. P11, 第7行，$P(N_s = m)$；
4. P15, 第6行，$M_{Z(t)}(s) = Ee^{sZ(t)}$；
5. P15, 习题1第2行，参数为p的泊松随机变量；
6. P17，第10题，考虑的是在时间区间$[0,T]$内的所有顾客；
7. P18，第21题，第4行，说明在$N(t) = n$条件下，要等待一个参数为$n\lambda$指数分布的时间后产生一个新的个体；

第三章

1. P21, 例3.1，$P(Y_k = -1) = 1 - p$；
2. P22，例3.2和例3.3，定义参照第一章勘误；
3. P23，第6行，$j \neq a+1$，$j \neq b-1$；
4. P23，例3.4，X_n为第n代中的A型基因数；
5. P26，例3.7，转移矩阵不需要$a + b > 0$，但是矩阵特征值特征向量和相似变换需要；
6. P27，情形(1)中包含两种情况，分别是(1a)a和b都不为零和(1b)a和b中有一个为零；倒数第二段是情形(1a)；

7. P28, 在例3.7中，在情形(1a)、(2)和(3)中，所有状态都是常返的；在情形(1b)中，一个状态是常返的，另一个状态是暂态的；

8. P28，在例3.7中，在情形(1a)与(3)中，两个状态是互通的；在情形(1b)中，两个状态不是互通的，一个状态可达另一个状态，而另一个状态不可达这一个状态；在情形(2)中，两个状态也不是互通的，都互相不可达；

9. P28，定义3.5后面的第三段，对于状态而言，"互通"关系是一个等价关系，从而对马尔可夫链，我们可以把它的全部状态分为若干个互通类(暂态亦可分类)。后面的定理可证，每个互通类中的各个状态的常返性都是相同的；

10. P30，倒数第二行，$p_{00}(2n)$；

11. P31，3.2.2节第一段第3行，类似于例3.7；

12. P32，定理3.7前面一段，定理3.6；

13. P34，3.2.3节之前倒数第二行，是$M_j^{(n)}$和$m_j^{(n)}$；

14. P35，第一行的最后一个等号是因为根据有界收敛定理，可以有

$$\lim_{T\to\infty} E\left(\frac{1}{T}\sum_{k=1}^{T} I_{\{X_k=i\}}\right) = 1/E\tau_1,$$

且对于任何初分布都成立。于是如果初分布就是π，则上式左端就是π。

15. P35，3.3节第二行$Y_0 = X_{N+1}$, $Y_1 = X_N$, $\cdots$, $Y_N = X_1$, $Y_{N+1} = X_0$。

16. P35, 3.3节

$$\begin{aligned}
& P(Y_{n+1}=j|Y_0=i_0,\cdots,Y_{n-1}=i_{n-1},Y_n=i) \\
= & P(X_{N-n}=j|X_{N-n+1}=i,X_{N-n+2}=i_{n-1},\cdots,X_{N+1}=i_0) \\
= & P(X_{N-n}=j,X_{N-n+1}=i,X_{N-n+2}=i_{n-1},\cdots,X_{N+1}=i_0)/P(X_{N-n+1}=i,X_{N-n+2}=i_{n-1},\cdots,X_{N+1}=i_0) \\
= & P(X_{N-n}=j,X_{N-n+1}=i)P(X_{N-n+2}=i_{n-1},\cdots,X_{N+1}=i_0|X_{N-n+1}=i)/ \\
& P(X_{N-n+1}=i)P(X_{N-n+2}=i_{n-1},\cdots,X_{N+1}=i_0|X_{N-n+1}=i) \\
= & P(X_{N-n}=j,X_{N-n+1}=i)/P(X_{N-n+1}=i) \\
= & P(X_{N-n}=j|X_{N-n+1}=i) \\
= & P(Y_{n+1}=j|Y_n=i)
\end{aligned}$$

17. P36，定理3.10前面倒数第四行，μ需要在互通条件下才是马尔可夫链唯一的不变概率分布。

18. P39，(3.27)最后是σ_i。

19. P48，禁忌转移概率的递推公式里是${}_Ap_{ij}^{(n+1)}$。

20. P48，${}_AP^{(1)}$是从矩阵P中删除A中所有列取得的矩阵。

21. P49，(3.33)里$\Sigma_{n\geq 0}$，最后是$\Sigma_{k\in A^c}\frac{det_{ki}(I-P_{A^c})}{det(I-P_{A^c})}$，其中$det_{ki}(M)$的定义见命题3.4最后；

22. P49，命题3.3的证明

$$
\begin{aligned}
E(\tau_A|X_0=i) &= \sum_{k=1}^{\infty} kP(\tau_A=k|X_0=i)=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{k-1}P(\tau_A=k|X_0=i)\\
&= \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=n+1}^{\infty}P(\tau_A=k|X_0=i)=\sum_{n=0}^{\infty}P(\tau_A>n|X_0=i)\\
&= \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{j\notin A}{}_AP_{ij^{(n)}}=\sum_{n\geq 0}((P_{A^c})^n)_i\cdot 1_{A^c}.
\end{aligned}
$$

23. P49，(3.34)最后$\Sigma_{k\in B}\frac{det_{ki}(I-P_B)}{det(I-P_B)}$。(3.35)最后$\Sigma_{k\in B}\frac{det_{ki}(I-P_B)}{det(I-P_B)}\cdot p_{kj}$。

第四章

1. P60, 定理4.2，$P(t)\stackrel{t\to 0}{\longrightarrow}P(0)=I$；
2. P61，倒数第四行，$Y_1+\cdots+Y_{N_s}=i$；
3. P63，定理4.3，$P(t)\stackrel{t\to 0}{\longrightarrow}P(0)=I$；
4. P64，(4.18)，$P(t)\stackrel{t\to 0}{\longrightarrow}P(0)=I$；
5. P64，定理4.5最后，定理4.4和4.5提示了；
6. P65，定理4.6(1)，行和为1之后有限状态是肯定对的，可数状态时不一定；
7. P66，命题4.3，前半部分需要条件$\sum_j \pi_j q_j<\infty$；定理4.7，以下四条件等价；
8. P67，4.4节，$P_B(t)=e^{tQ_B}$是错的，只能是禁忌概率${}_{B^c}P_B(t)=e^{tQ_B}$；
9. P70，倒数第四行，π_3表达式里面的π_1应该是μ_1；
10. P77，习题3，设S_k为其首达$k+1$的时刻：$S_k=\inf\{t:N_t=k+1\}$。

第五章

1. P85，第三行，$B_x=s$改为$B_s=x$；
2. P86，忽略图5.2；
3. P87，定理5.4的式子里，应该是$\check{B}_t$；
4. P90，(5.10)，$B_t^{(a)}$；
5. P91，最后一行，和P92第一行，$EY_t^k=Ee^{(\sigma B_t+\mu t)k}$；
6. P92，布朗桥的协方差，$Cov(B_sB_t|B_1=0)=s(1-t),\ s<t$；
7. P93，定义5.6，t前的信息$\{B_s:s\leq t\}$确定；
8. P93，性质(3)，$E(\int_a^b\Phi_t dB_t)^2=\int_a^b E\Phi_t^2dt$，$E(\int_a^b\Phi_t dB_t\int_a^b\Psi_t dB_t)=\int_a^b E\Phi_t\Psi_t dt$；
9. P95，引理5.2的证明

$$\begin{aligned}
& E\left|\sum_k f(B_{t_k}^{(n)})(\Delta B_{t_k}^{(n)})^2-\int_0^T f(B_t)dt\right|^2 \\
= \; & E\left|\sum_k f(B_{t_k}^{(n)})[(\Delta B_{t_k}^{(n)})^2-\Delta t_k^{(n)}]+[\sum_k f(B_{t_k}^{(n)})\Delta t_k^{(n)}-\int_0^T f(B_t)dt]\right|^2 \\
\leq \; & 2E\left|\sum_k f(B_{t_k}^{(n)})[(\Delta B_{t_k}^{(n)})^2-\Delta t_k^{(n)}]\right|^2+2E\left[\sum_k f(B_{t_k}^{(n)})\Delta t_k^{(n)}-\int_0^T f(B_t)dt\right]^2 \\
\leq \; & 2M^2E\sum_k[(\Delta B_{t_k}^{(n)})^2-\Delta t_k^{(n)}]^2+2E\left[\sum_k f(B_{t_k}^{(n)})\Delta t_k^{(n)}-\int_0^T f(B_t)dt\right]^2 \\
= \; & 2M^2E\left[\sum_k(\Delta B_{t_k}^{(n)})^2-t\right]^2+2E\left[\sum_k f(B_{t_k}^{(n)})\Delta t_k^{(n)}-\int_0^T f(B_t)dt\right]^2
\end{aligned}$$

10. P95，例5.7，最后一行，$H_n=I_n+\sum_k(\Delta B_{t_k}^{(n)})^2$；

11. P96，(5.18)，$\int_0^t f(B_s)\circ dB_s=\int_0^t f(B_s)dB_s+\frac{1}{2}\int_0^t f'(B_s)ds$；

12. P98，定理5.6，删去(5.22)式的第一行；

13. P102，定理5.10的方程里$\frac{\sigma(y)^2}{2}$后面没有减号；

第六章

1. p106，(6.2)式，$R(k)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f(\lambda)e^{ik\lambda}d\lambda$；

2. p106，(6.3)'，这个量估计的并不是(6.2)里的$f(\lambda)$，而是把(6.2)里的$R(k)$换成$R(k)-m^2$之后定义出的谱密度函数；

3. p107，定义6.3，要加上$b_0=1$的条件，否则不可识别；

4. p107，命题6.1，其中的$B(z)=1+\sum_{j=1}^q b_jz^j$，(6.5)式右边要乘以$\sigma^2$；

5. p111，最下面的(3)，令$Z_n=X_n-\sum_{j=1}^p\hat{a}_jX_{n-j}$，$\{Z_n\}$的自相关函数设为$\tilde{R}(k)$，则求解的极值问题应该是

$$\inf_{\sigma,x_0=1,x_1\cdots,x_q}\sum_{l=1}^q\left|\hat{\hat{R}}(l)-\sum_{k=1}^p\hat{a}_k\hat{\hat{R}}(l-k)-\sigma^2\sum_{j=l}^q x_jx_{j-l}\right|^2.$$

第八章

1. p131，例8.2，$E(X_{n+1}|Y_0,\cdots,Y_n)=E(E(Z|Y_0,\cdots,Y_{n+1})|Y_0,\cdots,Y_n)=E(Z|Y_0,\cdots,Y_n)$；

2. p134，例8.7，只有在$p=q$时，$\{X_n\}$才是鞅列；

3. p139，(8.7)上方的式子里S_{n+1}应该为S_n；

4. p158，习题5(2)，求X_n的分布；

5. p158，习题8，$p>q$，$W_n=(q/p)^{Y_n}$，U_n和V_n都既不是鞅列也不是上鞅列也不是下鞅列。